

## Indice

1. Il quesito	2
2. Caratteristiche geometriche generali	2
3. Caratteristiche geometriche della dentatura	2
4. Studio della continuità del moto	3
5. Studio della interferenza	4
6. Velocità di strisciamento	4

## Ruote dentate

**1. Il quesito.** Sia assegnata una coppia di ruote dentate con le seguenti caratteristiche

$$1.1) \quad \begin{cases} i = 0.3m & \leftarrow \text{interasse} \\ \tau = \frac{r_1}{r_2} = 0.5 & \leftarrow \text{rap. di trasmissione} \\ \theta = 22^\circ = 0.384r & \leftarrow \text{angolo di pressione} \\ m = 0.01m & \leftarrow \text{modulo} \\ \omega_1 = 150 \frac{\text{giri}}{\text{minuto}} = 15.70 \frac{r}{s} \end{cases}$$

Si richiedono allora:

- 1.2) gli elementi geometrici della dentatura;
- 1.3) la lunghezza della linea di ingranamento, dell'arco di accesso, di quello di recesso e dell'arco d'azione;
- 1.4) la verifica della continuità del moto;
- 1.5) la verifica della non interferenza in accesso e in recesso;
- 1.6) le velocità di strisciamento nei punti di accesso e di recesso.

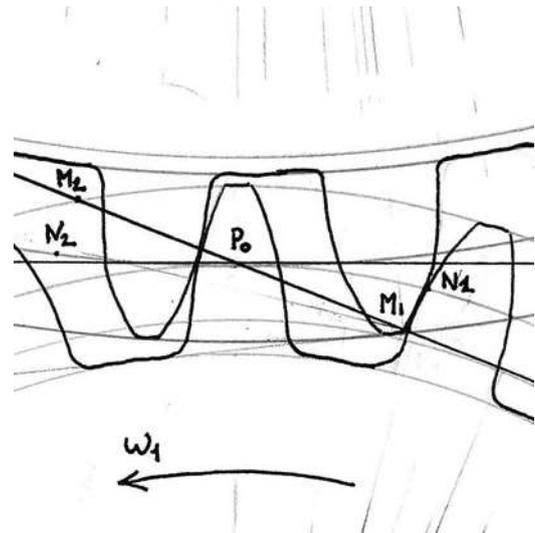
**2. Caratteristiche geometriche generali.** La prima e la seconda delle 1.1 permettono di calcolare i raggi delle circonferenze primitive:

$$\begin{cases} r_1 + r_2 = i \\ \frac{r_1}{r_2} = \tau \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r_1 = \frac{i\tau}{1+\tau} \\ r_2 = \frac{i}{1+\tau} \end{cases}$$

$$2.1) \quad \begin{cases} r_1 = 0.1m \\ r_2 = 0.2m \end{cases}$$

Per i raggi delle circonferenze fondamentali si ha invece

$$2.2) \quad \begin{cases} r_{F1} = r_1 \cos \theta = 9.27cm \\ r_{F2} = r_2 \cos \theta = 18.5m \end{cases}$$



L'addendum e il dedendum -assunto che l'ingranaggio sia modulare- valgono invece

$$2.3) \quad \begin{cases} a = m = 0.01m \\ b = \frac{5}{4}a = 0.0125m \end{cases}$$

**3. Caratteristiche geometriche della dentatura.** Calcolo il passo e il numero dei denti

$$3.1) \quad \begin{cases} p = m\pi = 31.41mm \\ z_1 = \frac{2r_1}{m} = 20 \\ z_2 = \frac{2r_2}{m} = 40 \end{cases}$$

Fissato lo spessore  $g$  del dente lungo le primitive è possibile calcolare gli spessori  $g'_1, g'_2$  lungo le circonferenze di troncatura esterna, attraverso le formule

$$3.2) \begin{cases} g' = 2(r+a) \left( \frac{g}{2r} - \tan \theta' + \theta' + \tan \theta - \theta \right) \\ \cos \theta' = \frac{r \cos \theta}{r+a} \end{cases}$$

Posto allora ad esempio  $g = 0.4p$ , le 3.2 applicate alla ruota uno e due porgono rispettivamente

$$3.3) \begin{cases} g'_1 = 2(r_1 + a) \left( \frac{g}{2r_1} - \tan \theta'_1 + \theta'_1 + \tan \theta - \theta \right) = 2.79mm \\ \cos \theta'_1 = \frac{r_1 \cos \theta}{r_1 + a} = 0.84 \Rightarrow \theta'_1 = 0.568r \end{cases}$$

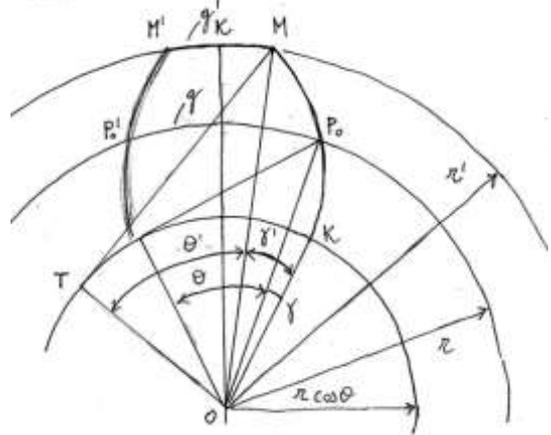
$$3.4) \begin{cases} g'_2 = 2(r_2 + a) \left( \frac{g}{2r_2} - \tan \theta'_2 + \theta'_2 + \tan \theta - \theta \right) = 3.56mm \\ \cos \theta'_2 = \frac{r_2 \cos \theta}{r_2 + a} = 0.84 \Rightarrow \theta'_2 = 0.488r \end{cases}$$

Ricavo anche gli angoli che sottendono gli archi, così da facilitarne la rappresentazione:

$$3.5) \begin{cases} \alpha_1 r_1 = g \Rightarrow \alpha_1 = 0.12r = 7.2^\circ \\ \alpha_2 r_2 = g \Rightarrow \alpha_2 = 0.062r = 3.6^\circ \\ \alpha'_1 r_1 = g'_1 \Rightarrow \alpha'_1 = 0.032r = 1.85^\circ \\ \alpha'_2 r_2 = g'_2 \Rightarrow \alpha'_2 = 0.019r = 0.97^\circ \end{cases}$$

Gli angoli che sottendono il passo sulle due circonferenze primitive sono invece

$$3.6) \begin{cases} \beta_1 r_1 = p \Rightarrow \alpha_1 = 0.314r = 18^\circ \\ \beta_2 r_2 = p \Rightarrow \alpha_2 = 0.157r = 9^\circ \end{cases}$$



**4. Studio della continuità del moto.** Per i tratti in accesso e in recesso della linea di ingranamento si ha rispettivamente

$$4.1) \begin{cases} \overline{P_0 M_1} = \frac{m}{2} \left( \sqrt{z_2^2 \sin^2 \theta + 4z_2 + 4} - z_2 \sin \theta \right) = 0.023m \\ \overline{P_0 M_2} = \frac{m}{2} \left( \sqrt{z_1^2 \sin^2 \theta + 4z_1 + 4} - z_1 \sin \theta \right) = 0.021m \end{cases}$$

La linea di ingranamento complessiva è dunque

$$4.2) \quad \overline{M_1 M_2} = \overline{P_0 M_1} + \overline{P_0 M_2} = 0.044m$$

Per i tratti in accesso e in recesso dell'arco d'azione si

$$4.3) \begin{cases} \overline{P_0 N_1} = \frac{\overline{P_0 M_1}}{\cos \theta} = 0.024m \\ \overline{P_0 N_2} = \frac{\overline{P_0 M_2}}{\cos \theta} = 0.022m \end{cases}$$

L'arco d'accesso vale complessivamente

$$4.4) \quad e = \overline{P_0 N_1} + \overline{P_0 N_2} = 0.046m$$

Il fattore di ricoprimento vale allora

$$4.5) \quad f = \frac{e}{p} = \frac{0.046m}{31.41mm} > 1$$

Dunque la continuità di moto è assicurata, e anzi vi è una fase del moto in cui sono due le coppie di denti coinvolte nella trasmissione.

**5. Studio della interferenza.** Verifico ora che non si abbia interferenza. La condizione di non interferenza in accesso è rispettata, essendo per la prima delle 4.1:

$$\overline{P_0M_1} \leq \overline{P_0T_1} = r_1 \sin \theta \Leftrightarrow 0.023m \leq 0.037$$

Altrettanto verificata è la condizione di non interferenza in recesso, avendosi

$$\overline{P_0M_2} \leq \overline{P_0T_2} = r_2 \sin \theta \Leftrightarrow 0.021m \leq 0.074$$

**6. Velocità di strisciamento.** Calcolo la velocità angolare del moto della ruota due rispetto la ruota uno. Si ha

$$\vec{\omega}_1 = \vec{\omega}_{12} + \vec{\omega}_2 \Rightarrow \vec{\omega}_{12} = \vec{\omega}_1 - \vec{\omega}_2 \Rightarrow \omega_{12} = \omega_1 - (-\omega_2) \Rightarrow$$

$$6.1) \quad \omega_{12} = \omega_1 + \omega_2 = \omega_1 + \tau\omega_1 = (1 + \tau)\omega_1 = 1.5\omega_1 = 23.56 \frac{r}{s}$$

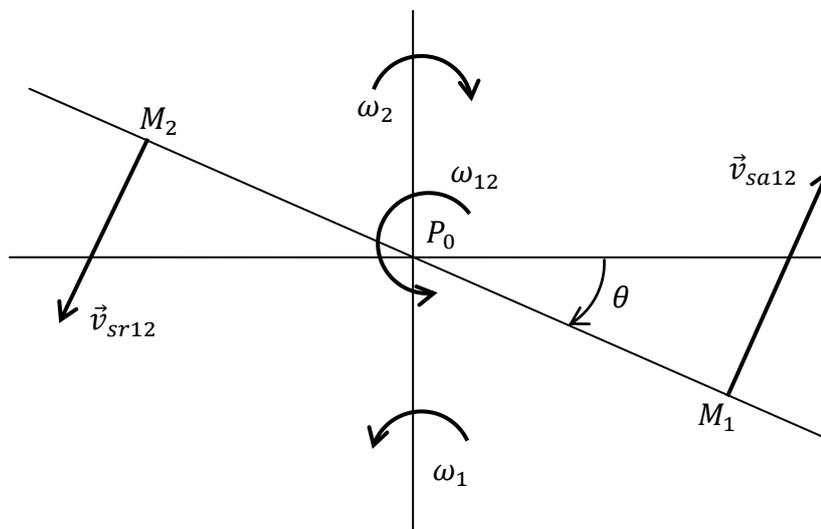
Dunque il modulo della velocità di strisciamento in accesso è dato da

$$6.2) \quad v_{sa12} = \omega_{12} \overline{P_0M_1} = 0.541 \frac{m}{s}$$

Il modulo della velocità di strisciamento in recesso è invece

$$6.3) \quad v_{sr12} = \omega_{12} \overline{P_0M_2} = 0.494 \frac{m}{s}$$

Le grandezze cinematiche introdotte sono rappresentate nelle loro caratteristiche vettoriali nella seguente illustrazione qualitativa.



**7. Rappresentazione grafica.** Segue una rappresentazione in scala  $\sigma_L = 2cm/cm$ , ulteriormente scalata per essere inserita in questo testo.

